Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский

университет ИТМО”

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.01 - Информатика и вычислительная техника, Компьютерные системы и технологии

Дисциплина: «Дискретная математика»

**Домашнее задание №2**

“Кратчайшие пути”

Вариант №84

Выполнил:

Брагин Роман Андреевич

Группа: P3116

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург, 2024 г.

Исходная таблица соединений R:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V/V | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | E6 | E7 | E8 | E9 | E10 | E11 | E12 |
| E1 | 0 |  | 2 | 4 |  |  |  |  | 3 |  |  | 3 |
| E2 |  | 0 | 1 |  |  | 2 |  | 3 | 5 | 5 | 5 | 4 |
| E3 | 2 | 1 | 0 | 4 | 5 | 3 | 3 | 3 |  | 4 | 5 |  |
| E4 | 4 |  | 4 | 0 | 1 | 1 |  |  | 2 | 5 | 4 |  |
| E5 |  |  | 5 | 1 | 0 |  | 1 |  | 4 |  | 4 |  |
| E6 |  | 2 | 3 | 1 |  | 0 | 5 | 4 | 5 |  | 3 |  |
| E7 |  |  | 3 |  | 1 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 |  | 4 |
| E8 |  | 3 | 3 |  |  | 4 | 2 | 0 |  | 4 | 1 | 5 |
| E9 | 3 | 5 |  | 2 | 4 | 5 | 1 |  | 0 |  |  |  |
| E10 |  | 5 | 4 | 5 |  |  | 3 | 4 |  | 0 | 3 | 1 |
| E11 |  | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 |  | 1 |  | 3 | 0 | 2 |
| E12 | 3 | 4 |  |  |  |  | 4 | 5 |  | 1 | 2 | 0 |

Найдём кратчайшие пути от начальной вершины *x1* ко всем остальным вершинам используя алгоритм Дейкстры.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 |
| L= | *e1* | 0+ |
| *e2* | *∞* |
| *e3* | *∞* |
| *e4* | *∞* |
| *e5* | *∞* |
| *e6* | *∞* |
| *e7* | *∞* |
| *e8* | *∞* |
| *e9* | *∞* |
| *e10* | *∞* |
| *e11* | *∞* |
| *e12* | *∞* |

1. *l*(*e1*) *= 0+; l*(*ei*) *= ∞,* для всех *i ≠ 1, p = e1.*

Гр = {*e3, e4, e9, e12*}

*l*(*e3*) *= min*[*∞, 0+ + 2*] *= 2,*

*l*(*e4*) *= min*[*∞, 0+ + 4*] *= 4,*

*l*(*e9*) *= min*[*∞, 0+ + 3*] *= 3,*

*l*(*e12*) *= min*[*∞, 0+ + 3*] *= 3.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e3*) *= 2+*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 |
| L= | *e1* | 0+ |  |
| *e2* | ∞ | ∞ |
| *e3* | ∞ | 2+ |
| *e4* | ∞ | 4 |
| *e5* | ∞ | ∞ |
| *e6* | ∞ | ∞ |
| *e7* | ∞ | ∞ |
| *e8* | ∞ | ∞ |
| *e9* | ∞ | 3 |
| *e10* | ∞ | ∞ |
| *e11* | ∞ | ∞ |
| *e12* | ∞ | 3 |

1. *l*(*e3*) *= 2+, p = e3.*

Гр = {*e1, e2, e4, e5, e6, e7, e8, e10, e11*}

*l*(*e2*) *= min*[∞*, 2+ + 1*] *= 3,*

*l*(*e4*) *= min*[4*, 2+ + 4*] *= 4,*

*l*(*e5*) *= min*[∞*, 2+ + 5*] *= 7,*

*l*(*e6*) *= min*[∞*, 2+ + 3*] *= 5,*

*l*(*e7*) *= min*[∞*, 2+ + 3*] *= 5,*

*l*(*e8*) *= min*[∞*, 2+ + 3*] *= 5,*

*l*(*e10*) *= min*[∞*, 2+ + 4*] *= 6,*

*l*(*e11*) *= min*[∞*, 2+ + 5*] *= 7.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e2*) *= 3+*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 |

1. *l*(*e2*) *= 3+, p = e2.*

Гр = {*e3, e6, e8, e9, e10, e11, e12*}

*l*(*e6*) *= min*[5*, 3+ + 2*] *= 5,*

*l*(*e8*) *= min*[5*, 3+ + 3*] *= 5,*

*l*(*e9*) *= min*[3*, 3+ + 5*] *= 3,*

*l*(*e10*) *= min*[6*, 3+ + 5*] *= 6,*

*l*(*e11*) *= min*[7*, 3+ + 5*] *= 7,*

*l*(*e12*) *= min*[3*, 3+ + 6*] *= 3.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e9*) *= 3+*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 |

1. *l*(*e9*) *= 3+, p = e9.*

Гр = {*e1, e2, e4, e5, e6, e7*}

*l*(*e4*) *= min*[4*, 3+ + 2*] *= 4,*

*l*(*e5*) *= min*[7*, 3+ + 4*] *= 7,*

*l*(*e6*) *= min*[*5, 3+ + 5*] *= 5,*

*l*(*e7*) *= min*[*5, 3+ + 1*] *= 4.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e12*) *= 3+*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |

1. *l*(*e12*) *= 3+, p = e12.*

Гр = {*e1, e2, e7, e8, e10, e11*}

*l*(*e7*) *= min*[*4, 3+ + 4*] *= 4,*

*l*(*e8*) *= min*[*5, 3+ + 5*] *= 5,*

*l*(*e10*) *= min*[*6, 3+ + 1*] *= 4,*

*l*(*e11*) *= min*[*7, 3+ + 2*] *= 5.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e4*) *= 4+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |

1. *l*(*e4*) *= 4+, p = e4.*

Гр = {*e1, e3, e5, e6, e9, e10, e11*}

*l*(*e5*) *= min*[*7, 4+ + 1*] *= 5,*

*l*(*e6*) *= min*[*5, 4+ + 1*] *= 5,*

*l*(*e10*) *= min*[*4, 4+ + 5*] *= 4,*

*l*(*e11*) *= min*[*5, 4+ + 4*] *= 5.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e7*) *= 4+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 5 |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |

1. *l*(*e7*) *= 4+, p = e7.*

Гр = {*e3, e5, e6, e8, e9, e10, e12*}

*l*(*e5*) *= min*[5*, 4+ + 1*] *= 5,*

*l*(*e6*) *= min*[5*, 4+ + 5*] *= 5,*

*l*(*e8*) *= min*[5*, 4+ + 2*] *= 5,*

*l*(*e10*) *= min*[4*, 4+ + 3*] *= 4.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e10*) *= 4+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 | 4+ |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |

1. *l*(*e10*) *= 4+, p = e10.*

Гр = {*e2, e3, e4, e7, e8, e11, e12*}

*l*(*e8*) *= min*[*5, 4+ + 4*] *= 5,*

*l*(*e11*) *= min*[*5, 4+ + 3*] *= 5.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e5*) *= 5+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5+ |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 | 4+ |  |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |

1. *l*(*e5*) *= 5+, p = e5.*

Гр = {*e3, e4, e7, e9, e11*}

*l*(*e11*) *= min*[5*, 5+ + 4*] *= 5.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e6*) *= 5+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5+ |  |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |

1. *l*(*e6*) *= 5+, p = e6.*

Гр = {*e2, e3, e4, e7, e8, e9, e11*}

*l*(*e8*) *= min*[5*, 5+ + 4*] *= 5,*

*l*(*e11*) *= min*[5*, 5+ + 3*] *= 5.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e8*) *= 5+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |

1. *l*(*e8*) *= 5+, p = e8.*

Гр = {*e2, e3, e6, e7, e10, e11, e12*}

*l*(*e11*) *= min*[5*, 5+ + 1*] *= 5.*

*min*[*l*(*ei*)] *= l*(*e11*) *= 5+*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *ei* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| L= | *e1* | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e2* | ∞ | ∞ | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e3* | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e4* | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |  |
| *e5* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| *e6* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| *e7* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |
| *e8* | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| *e9* | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *e10* | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| *e11* | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| *e12* | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |

Все пометки постоянные.

Найденные длины кратчайших путей:

*e1 → e2* = 3, *e1 → e3* = 2, *e1 → e4* = 4,

*e1 → e5* = 5, *e1 → e6* = 5, *e1 → e7* = 4,

*e1 → e8* = 5, *e1 → e9* = 3, *e1 → e10* = 4,

*e1 → e11* = 5, *e1 → e12* = 3.